

WYMAGANIA EDUKACYJNE W 4 KLASIE (PO SZKOLE PODSTAWOWEJ) - ZAKRES PODSTAWOWY I ROZSZERZONY

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia
1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA		
1. Reguła mnożenia	<ul style="list-style-type: none"> - reguła mnożenia - prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wypisuje wszystkie wyniki danego doświadczenia - stosuje regułę mnożenia do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek - przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wszystkich możliwych wyników danego doświadczenia
2. Permutacje	<ul style="list-style-type: none"> - definicja permutacji - definicja symbolu $n!$ - liczba permutacji zbioru n-elementowego - permutacje z powtórzeniami 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru - oblicza liczbę permutacji danego zbioru - wykonuje obliczenia, stosując definicję silni - wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań
3. Wariacje bez powtórzeń	<ul style="list-style-type: none"> - definicja wariacji bez powtórzeń - liczba k-elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru n-elementowego - reguła dodawania 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń - stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek - wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań
4. Wariacje z powtórzeniami	<ul style="list-style-type: none"> - definicja wariacji z powtórzeniami - liczba k-elementowych wariacji z powtórzeniami zbioru n-elementowego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami - wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia
5. Kombinacje	<ul style="list-style-type: none"> - definicja kombinacji - liczba k-elementowych kombinacji zbioru n-elementowego - symbol Newtona - wzór dwumianowy Newtona - trójkąt Pascala 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza wartość symbolu Newtona $\binom{n}{k}$, gdzie $n \geq k$ - oblicza liczbę kombinacji - wypisuje wszystkie k-elementowe kombinacje danego zbioru n-elementowego, np. dla $k = 4, n = 5$ - wykorzystuje kombinacje do rozwiązywania zadań - stosuje własności trójkąta Pascala - wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a+b)^n$ i wyznaczenia współczynników wielomianów - uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona, w tym twierdzenie: jeśli $0 < k < n$, to $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$ oraz wzory skróconego mnożenia na $a^n \pm b^n$ i wniosek: $a-b \mid a^n - b^n$ dla $a, b \in Z$
6. Kombinatoryka – zadania	<ul style="list-style-type: none"> - zestawienie podstawowych pojęć kombinatoryki: permutacje, wariacje i kombinacje 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia
7. Zdarzenia losowe	<ul style="list-style-type: none"> - pojęcie zdarzenia elementarnego - pojęcie przestrzeni zdarzeń elementarnych - pojęcie zdarzenia losowego - wyniki sprzyjające zdarzeniu losowemu - zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe - suma, iloczyn i różnica zdarzeń losowych - zdarzenia wykluczające się - zdarzenie przeciwne 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - określa przestrzeń zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia - wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu - określa zdarzenia: niemożliwe i pewne - wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych - wypisuje pary zdarzeń przeciwnych i pary zdarzeń wykluczających się
8. Prawdopodobieństwo klasyczne	<ul style="list-style-type: none"> - pojęcie prawdopodobieństwa - klasyczna definicja prawdopodobieństwa 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa - wykorzystuje regułę mnożenia, regułę dodawania, permutacje, wariacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia
9. Własności prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none"> - określenie prawdopodobieństwa: <ol style="list-style-type: none"> 1. $0 \leq P(A) \leq 1$ dla dowolnego zdarzenia $A \subset \Omega$ 2. $P(\emptyset) = 0, P(\Omega) = 1$ 3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dla dowolnych zdarzeń rozłącznych $A, B \subset \Omega$ - własności prawdopodobieństwa: <ol style="list-style-type: none"> 1. Jeżeli $A, B \subset \Omega$ oraz $A \subset B$, to $P(A) \leq P(B)$. 2. Jeżeli $A \subset \Omega$, to $P(A') = 1 - P(A)$. 3. Jeżeli $A, B \subset \Omega$, to $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$. 4. Jeżeli $A, B \subset \Omega$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką - oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego - stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń - sprawdza, czy zdarzenia się wykluczają - stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń oraz w zadaniach wykorzystujących własności prawdopodobieństwa
10. Prawdopodobieństwo warunkowe	<ul style="list-style-type: none"> - definicja prawdopodobieństwa warunkowego - prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa w przypadku prawdopodobieństwa warunkowego - zdarzenia niezależne i zależne 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza prawdopodobieństwo warunkowe - stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczenia prawdopodobieństwa np. sumy, iloczynu, różnicy zdarzeń - dowodzi własności prawdopodobieństwa warunkowego

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia
11. Prawdopodobieństwo całkowite	- wzór na prawdopodobieństwo całkowite	Uczeń: - sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym - oblicza prawdopodobieństwo całkowite
12. Wzór Bayesa	- wzór Bayesa	Uczeń: - stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny - udowadnia wzór Bayesa
13. Doświadczenia wieloetapowe	- ilustracja doświadczenia za pomocą drzewa	Uczeń: - ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa - oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniu wieloetapowym
14. Schemat Bernoulliego	- próba Bernoulliego - pojęcie sukcesu, porażki - wzór Bernoulliego	Uczeń: - oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego - stosuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa k sukcesów w n próbach - wykorzystuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa co najmniej k sukcesów w n próbach
15. Wartość oczekiwana zmiennej losowej	- definicja zmiennej losowej - definicja rozkładu zmiennej losowej - definicja wartości oczekiwanej - definicja gry sprawiedliwej	Uczeń: - podaje rozkład zmiennej losowej i przedstawia go za pomocą tabelki - oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej - rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa
2. GRANIASTOŚLUPY I OSTROŚLUPY		

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia
1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni	<ul style="list-style-type: none"> - wzajemne położenie dwóch płaszczyzn - wzajemne położenie dwóch prostych - proste skośne - prostopadłość prostych w przestrzeni - wzajemne położenie prostej i płaszczyzny - rzut prostokątny na płaszczyznę - twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne - wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę - przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni - przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny
2. Graniastosłupy	<ul style="list-style-type: none"> - graniastosłup prosty i graniastosłup pochyły - powierzchnia boczna graniastosłupa - wysokość graniastosłupa - prostopadłościan - graniastosłup prawidłowy - pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa - siatki sześciangu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi graniastosłupa - sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi - wskazuje elementy charakteryzujące graniastosłup - oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego - rysuje siatkę graniastosłupa prostego, mając dany jej fragment
3. Odcinki w graniastosłupach	<ul style="list-style-type: none"> - przekątna graniastosłupa - długość przekątnej prostopadłościanu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego (również z wykorzystaniem trygonometrii) - stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa - uzasadnia prawdziwość wzorów dotyczących przekątnych i pola powierzchni danego graniastosłupa

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia
4. Objętość graniastosłupa	- wzór na objętość graniastosłupa	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - oblicza objętość graniastosłupa prostego - oblicza objętość graniastosłupa pochyłego - stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości graniastosłupa - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzoru na objętość graniastosłupa prostego
5. Ostrosłupy	- ostrosłup - ostrosłup prawidłowy - wysokość ostrosłupa, spodek wysokości - kąt płaski przy wierzchołku ostrosłupa prawidłowego - czworościan foremny - pole powierzchni ostrosłupa	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje elementy charakteryzujące ostrosłup - oblicza pole powierzchni ostrosłupa, mając daną jego siatkę - rysuje siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment - oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej ostrosłupa - stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni ostrosłupa
6. Objętość ostrosłupa	- wzór na objętość ostrosłupa - wzór na wysokość i objętość czworościanu foremnego	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - oblicza objętość ostrosłupa prawidłowego - stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości ostrosłupa - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ostrosłupów
7. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	- twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadnienia prostopadłości prostych - stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań ze stereometrii - przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia
8. Kąt między prostą a płaszczyzną	- pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w graniastosłupie a płaszczyzną jego podstawy lub ścianą boczną - wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy - rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)
9. Kąt dwuścienny	- pojęcie kąta dwuściennego - miara kąta dwuściennego	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów - wyznacza kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów - rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego
10. Przekroje prostopadłościanów	- różne przekroje prostopadłościanu	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza przekroje prostopadłościanu - oblicza pole danego przekroju (również z wykorzystaniem trygonometrii) - rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów prostopadłościanu (również z wykorzystaniem trygonometrii)
11. Przekroje ostrosłupów	- różne przekroje ostrosłupa	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza przekroje ostrosłupa prawidłowego - oblicza pole danego przekroju ostrosłupa - rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów ostrosłupa
3. BRYŁY OBROTOWE		

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia
1. Walec	<ul style="list-style-type: none"> - pojęciawalca - podstawa, wysokość, tworząca walca - wzór na pole powierzchni bocznej i całkowitej walca - przekrój osiowy walca - wzór na objętość walca 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje elementy charakteryzujące walec - zaznacza przekrój osiowy walca - oblicza pole powierzchni całkowitej walca - oblicza objętość walca - rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca - stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości walca - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące walca
2. Stożek	<ul style="list-style-type: none"> - pojęcie stożka - podstawa, wierzchołek, wysokość, tworząca stożka - wzór na pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej stożka - przekrój osiowy stożka - kąt rozwarcia stożka - wzór na objętość stożka 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje elementy charakteryzujące stożek - zaznacza przekrój osiowy stożka i kąt rozwarcia stożka - oblicza pole powierzchni całkowitej stożka - oblicza objętość stożka - rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej stożka - stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości stożka - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące stożka
3. Kula	<ul style="list-style-type: none"> - kula i sfera - przekroje kuli, koło wielkie - pojęcie płaszczyzny stycznej do kuli - wzór na pole powierzchni kuli - wzór na objętość kuli 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje elementy charakteryzujące kulę i sferę - zaznacza przekroje kuli - oblicza pole powierzchni kuli i jej objętość - stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości kuli - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące kuli

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia
4. Bryły podobne	<ul style="list-style-type: none"> - bryły podobne - skala podobieństwa brył podobnych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych - wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych do rozwiązywania zadań
5. Bryły opisane na kuli	<ul style="list-style-type: none"> - sześcián opisany na kuli - ostrosłup prawidłowy czworokątny opisany na kuli - walec opisany na kuli - stożek opisany na kuli 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rysuje przekroje brył opisanych na kuli - rozwiązuje zadania dotyczące brył opisanych na kuli, np. dotyczące obliczania pola powierzchni i objętości brył (również z wykorzystaniem trygonometrii) - wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni bocznej stożka ściętego
6. Bryły wpisane w kulę	<ul style="list-style-type: none"> - prostopadłościán wpisany w kulę - ostrosłup prawidłowy czworokątny wpisany w kulę - walec wpisany w kulę - stożek wpisany w kulę 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rysuje przekroje brył wpisanych w kulę - rozwiązuje zadania dotyczące brył wpisanych w kulę, np. dotyczące obliczania pola powierzchni i objętości brył (również z wykorzystaniem trygonometrii)
7. Inne bryły wpisane i opisane	<ul style="list-style-type: none"> - walec opisany na graniastosłupie - walec wpisany w graniastosłup - walec opisany na stożku - walec wpisany w stożek 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rysuje przekroje brył wpisanych w inne bryły i opisanych na innych bryłach - rozwiązuje zadania dotyczące brył wpisanych i opisanych (również z wykorzystaniem trygonometrii)
8. Zagadnienia optymalizacyjne	<ul style="list-style-type: none"> - funkcje pola powierzchni i objętości brył oraz ich dziedziny 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą lub najmniejszą wartość
4. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE		

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia
1. Dowody w algebrze (1)	<ul style="list-style-type: none"> - implikacja: poprzednik, następnik, założenie i teza twierdzenia - twierdzenia dotyczące własności liczb całkowitych - twierdzenia dotyczące wyrażeń algebraicznych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - dowodzi własności liczb całkowitych, zapisanych z pomocą potęg lub wyrażeń algebraicznych, np. podzielności - przeprowadza dowód nie wprost, np. dotyczący liczb pierwszych
2. Dowody w algebrze (2)	<ul style="list-style-type: none"> - zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną - dowód metodą równoważnego przekształcania tezy 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy do uzasadnienia własności wyrażeń algebraicznych - dowodzi prawdziwości nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną
3. Dowody w geometrii (1)	<ul style="list-style-type: none"> - twierdzenia dotyczące własności wielokątów, z wykorzystaniem cech przystawania trójkątów 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje założenie i tezę twierdzenia geometrycznego - wykorzystuje przystawanie trójkątów do uzasadniania własności wielokątów - wykorzystuje własności figur płaskich do dowodzenia twierdzeń
4. Dowody w geometrii (2)	<ul style="list-style-type: none"> - twierdzenia dotyczące własności wielokątów, z wykorzystaniem cech podobieństwa trójkątów - twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje założenie i tezę twierdzenia geometrycznego - wykorzystuje podobieństwo trójkątów do uzasadniania własności wielokątów - dowodzi własności odcinków w trójkącie prostokątnym - wykorzystuje własności figur płaskich do dowodzenia twierdzeń
5. POWTÓRZENIE		